

A - 1 加速空洞に関する超伝導の基礎知識

ここでは超伝導の発見の歴史、超伝導体の基礎知識、超伝導空洞の高周波抵抗に関する現象論（二流体モデル）などについて簡単に述べる。

1. 超伝導の発見と超伝導加速空洞

18世紀の終りより、自由電子の起源を知るために、低温での金属抵抗の測定が行なわれていた。Dewar により液体水素温度（20.3 K）までの白金の抵抗が測定され、Onnes はこれを更に液体ヘリウム温度まで測定した。この時、抵抗値は低温側で一定値に落ちていたが、この抵抗値は絶対零度に於て Drude の理論では零に、Kelvin の理論では無限大に発散するものと予想されていた。そこで、Onnes は白金中の不純物に問題があると考え、蒸留による高純度化が容易な水銀での抵抗測定を開始し、1911年に、液体ヘリウム温度で水銀の直流抵抗が消失することを確認した。これが最初の超伝導現象の発見であり、完全導電性と呼ばれるものである。超伝導状態（superconductive state）という言葉は、1913年に Onnes が米国の国際冷凍会議の招待講演で初めて用いたものである。更に1914年に Onnes は、その印加により超伝導状態が壊れ常伝導状態となる臨界磁場、並びに超伝導状態の閉回路に電流を閉じ込められること、則ち永久電流（persistent current; 持続電流）を発見した。それから19年後の1933年に F.W.Meissner が、超伝導状態の試料には10 - 5 cm 程度の深さしか磁場が侵入できず、内部の磁束が排除されるマイスナー効果を発見した。この性質は完全反磁性と呼ばれ、完全導電性と並ぶ超伝導の基本特性である。

これらの新しく発見された現象を説明するために、超伝導状態では自由電子が抵抗を持つ常電子と、抵抗を持たない超電子の共存であるとする、二流体モデルが考えられた。このモデルに基づく現象論は複数発表されているが、その主たるものは、1935年の F. London、H. London によるロンドン理論と、1850年の V. L. Ginzburg、L. D. Landau による G L 理論である。二流体モデルに関しては、後述する。

超伝導現象の現象論を越えた説明は、1957年に Bardeen、Cooper、Schrieffer による B C S 理論により与えられた。これは、反平行スピンを持つ2個の電子がフォノンを中立ちとする引力によ

り電子対を臨界温度以下で形成し、巨視的な数の電子対が同一の重心運動を行うとする理論である。BCS理論により超伝導現象が理解され、1960年 Giaever によるトンネル効果の発見、1961年 Fairbank らと Nabauer らによる磁束の量子化の発見、1962年 Josephson によるジョセフソン効果の発見と、超伝導の諸特製が次々と発見された。この超伝導発見の歴史を表2-1に纏めた。その後、1986年の Bednorz、Muller による酸化物超電導体の発見を契機に、超伝導臨界温度はそれまでの約23Kから一年半ほどの間に100K近く上昇した。ただし、成形性などに問題があり、実際の超伝導空洞ではこれらの高臨界温度を持つ超電導体の実用化は成されていない。我々の超伝導加速空洞では、単体では最も高い臨界温度(9.25K)と、最も大きな臨界磁場(1980Oe)を持つ、金属のニオブを用いている。

超伝導加速空洞の歴史は、1965年のスタンフォード大学にて始まった。最初の超伝導加速空洞は銅の内面に鉛を鍍金した2856MHzの3連の電子加速空洞で、2Kでの加速電界が5.5MV/m、Q値は 1.5×10^7 であった。この後、超伝導加速空洞はCERN、DESY、CEBAFなど各国の研究所にて開発され、KEKのTRISTAN計画に於て、超伝導加速空洞の大規模長期運転が世界に先駆けて成功した。超伝導加速空洞ではその高周波抵抗が常伝導空洞の 10^{-6} 倍以下であり、液体ヘリウムによる冷却分を考慮しても、常伝導空洞に比べエネルギー変換効率が高い。このため、次世代の素粒子実験計画であり、TeV エネルギーで電子を衝突させる30kmに及ぶ加速器の建設となるTESLA (TeV Energy Superconducting Linear Accelerator)、省エネルギー時代に対応したERL (Energy Recovery Linac)などの加速器計画への超伝導加速空洞の応用が注目されている。

表1 超伝導の歴史

1898	Dewar	水素の液化に成功、20Kまでの低温での白金の抵抗測定
1900	M. Planck	量子仮説の発表
	Drude	金属の自由電子モデルを発表
1908	Kamerlingh Onnes	ヘリウム(4He)の液化に成功
1911	Kamerlingh Onnes	水銀の直流電気抵抗消失の発見
1914	Kamerlingh Onnes	臨界磁場、永久電流(持続電流)の発見

- 1926 Kamerlingh Onnes 臨界磁場の温度依存性の発見
- 1928 F. Bloch 自由電子と格子振動の相互作用の金属量子論の導出
- 1933 Gorter & Casimir 超伝導状態の熱力学的解析
F.W.Meissner マイスナー効果の発見
- 1935 F. London & H. London ロンドン方程式の導出
- 1950 V. L. Ginzburg & L. D. Landau G L 理論の導出
- 1957 Bardeen & Cooper & Schrieffer B C S 理論の導出
A. A. Abrikosov 第2種超伝導体の予言
- 1960 Giaever トンネル効果の発見
- 1961 Fairbank et al. & Nabauer et al. 磁束の量子化の発見
- 1962 Josephson ジョセフソン効果の発見
- 1986 Bednorz & Muller 高臨界温度を持つ酸化物超伝導体の発見
- 1974 HEPL 核物理研究、F E L 用 130MeV ニオブ電子リサイクロトロン稼働開始
- 1987 DARMSTADT 核物理研究、F E L 用 130MeV ニオブ加速器 DALNAC 稼働開始
- 1988 KEK 32GeV 電子・陽電子衝突型ニオブ加速器 TRISTAN 稼働開始
- 1990 CERN 64GeV 電子・陽電子衝突型ニオブ加速器 LEP 稼働開始
- 1991 DESY 33.5GeV 電子・陽電子衝突型ニオブ加速器 LEP 稼働開始
- 1994 CEBAF 核物理研究用 4GeV ニオブ電子リサイクロトロン稼働開始
- 1997 DESY 他 TESLA Test Facility(Phase 1) 核物理研究、F E L 用ニオブ加速器稼働開始

2 . 超伝導の諸特性

超伝導(superconductivity)の基本特性は、1) 超伝導状態では直流抵抗が零となる完全導電性(perfect conductivity)、2) 超伝導状態にある超伝導体の内部では磁束が零となる完全反磁性(perfect diamagnetism)、3) 超伝導リングでは、その整数倍の磁束しか許されない、磁束量子(fluxoid; $\Phi_0 = h/2e = 2.07 \times 10^{-15} \text{Wb}$)が存在することである。

超伝導体には臨界電流密度(J_c)、臨界磁場(H_c)、臨界温度(T_c)が存在

在し、電流や磁場、温度がこれ以上になると超伝導状態が壊れ、常伝導状態となる。

超伝導体には2種類あり、夫々第一種超伝導体、第2種超伝導体と呼ばれている。双方の磁化曲線を下図に示す。

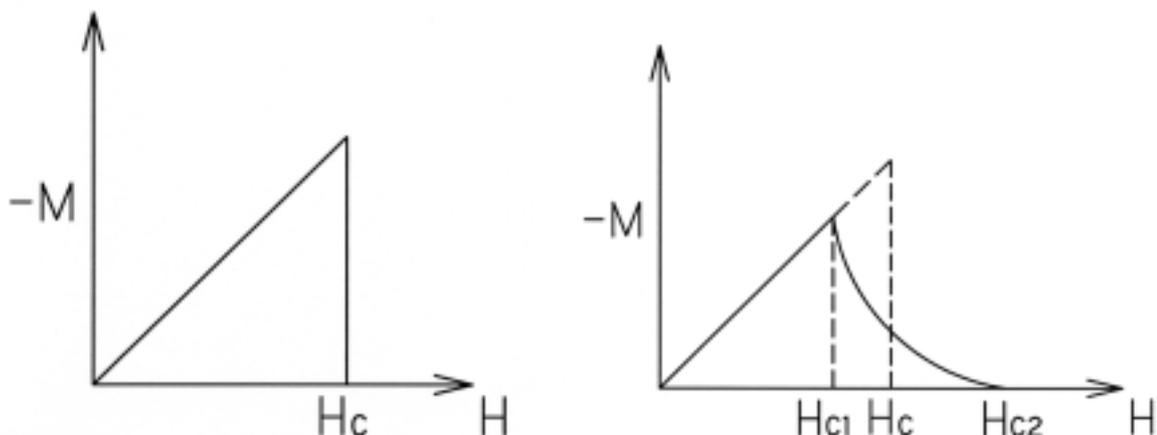


図1 第1種超伝導体の磁化曲線 図2 第2種超伝導体の磁化曲線

図1より、第2種超伝導体は H_{c1} 以下では第一種超伝導体と同じであるが、 H_{c1} 以上 H_{c2} 以下の領域では、部分的に磁束の侵入した混合状態となる。この混合状態では、局所的な常伝導領域に磁束が侵入しているが、他の部分は完全反磁性を示す超伝導状態であり、直流電流抵抗は零である。また、図2中の H_c は、磁化曲線と横軸の囲む面積と、原点より点($H_c, 0$)を底辺とする直角三角形の面積が等しくなるよう算出される磁場であり、熱力学的臨界磁場と呼ばれている。

常伝導領域と超伝導領域の境界面の表面エネルギーが磁場の増大に対して常に正であれば第1種超伝導体、負になる場合は第2種超伝導体である。

一般に、高い磁場まで使用できるのは第2種であり、ニオブは第2種超伝導体、体心立方構造、金属結合半径 1.43 Å、超伝導転移温度 9.25K (単体で最高)、熱伝導率 53.7W/m·K である。

3. ロンドンの方程式

前節にあげた超伝導の基本特性 1) 超伝導状態では直流抵抗が零となる完全導電性(perfect conductivity)、2) 超伝導状態にある超伝導体の内部では磁束が零となる完全反磁性(perfect diamagnetism)は、

ロンドンの方程式により表される。

3 - 1 . ロンドンの第 1 方程式 (完全導電性)

ローレンツ力、熱運動、摩擦力が無視できると仮定すると、電子の運動方程式は

$$m \frac{\partial v}{\partial t} = qE \quad (2 - 1)$$

電流密度 $J = qnv$ より上式は、以下の第一方程式となる。

$$E = \frac{\partial(\Lambda J)}{\partial t} \quad (2 - 2)$$

$$\text{ここで、 } \Lambda = \frac{m}{nq^2} = \frac{1}{\omega_p^2 \epsilon_0}, \quad \omega_p^2 = \frac{nq^2}{m\epsilon_0}$$

電流を運ぶのが超伝導電子対と考えれば、 $m = 2m_e$, $q = -2e$ である。

これが完全導電性を示すのは、摩擦力を無視した電子流体の式であるからである。

3 - 2 . ロンドンの第 2 方程式 (完全反磁性)

ロンドンの第 1 式より、

$$m \frac{\partial v}{\partial t} = qE$$

また、マクスウェルの方程式より

$$\nabla \times E = -\frac{\partial B}{\partial t} \quad (2 - 3)$$

この 2 式より

$$\frac{\partial(\nabla \times (\nabla J) + B)}{\partial t} = \text{const.}$$

従って、

$$\nabla \times (\Lambda J) + B = \text{const.} \quad (2 - 4)$$

ここで、この定数を零と置くと、

$$\nabla \times (\Lambda J) + B = 0 \quad (2 - 5)$$

4 . 二流体モデルによる高周波抵抗

超伝導体は直流電流に対して抵抗を示さないが、超伝導加速空洞に高周波 (交流) を導入した際には空洞内面に表面抵抗が生ずる。超

伝導空洞の性能は、概ねこの表面抵抗による発熱と磁気的な超伝導破壊により制限される。超伝導体の交流に対する抵抗の発生は、以下の通り 2 流体モデルで説明できる。

電子を超伝導電子 (s) と常伝導電子 (n) (以下、各々に関連した物理量に下付きの s 、 n を付記する) で構成される 2 流体として扱う。尚、下付きの e で電子を表す。

電流は、

$$J = J_s + J_n, \quad J_s = n_s q_s v_s, \quad J_n = n_n q_n v_n \quad (1)$$

(1) 式の数速度 v は、次の運動方程式により求められる (ローレンツ項 $v \times B$ は省略できるとする)。

$$J_s = \frac{n_s q_s^2}{-i\omega m_s} E = \frac{\omega_{ps}^2 \epsilon_0}{-i\omega} E, \quad \omega_{ps} = \left(\frac{n_s q_s^2}{m_s \epsilon_0} \right)^{1/2} \quad (2)$$

$$J_n = \frac{n_n e^2}{-i(\omega + iv)m_e} E = \frac{\omega_{pe}^2 \epsilon_0}{-i(\omega + iv)} E, \quad \omega_{pe} = \left(\frac{n_e e^2}{m_e \epsilon_0} \right)^{1/2}$$

(2) で、常伝導電子の式では衝突項 (摩擦項) が付加されている。

時間的変動が $e^{-i\omega t}$ で表されれば、各電流と電圧の関係式は以下の式により求められる。

$$\begin{aligned} j &= \left(\frac{n_s q_s^2}{-i\omega m_s} + \frac{n_n e^2}{-i(\omega + iv)m_e} \right) E = \left(\frac{\omega_{ps}^2}{-i\omega} + \frac{\omega_{pe}^2}{-i(\omega + iv)} \right) \epsilon_0 E \\ &= \left(\frac{\omega_{pe}^2 v}{\omega^2 + v^2} + i \left(\frac{\omega_{ps}^2}{\omega} + \frac{\omega_{pe}^2 \omega}{\omega^2 + v^2} \right) \right) \epsilon_0 E = (\sigma_n + i(\sigma_s + \sigma_{ni})) E = \sigma E \quad (3) \end{aligned}$$

$$\left[\sigma_n = \frac{\omega_{pe}^2 v \epsilon_0}{\omega^2 + v^2}, \quad \sigma_s = \frac{\omega_{ps}^2 \epsilon_0}{\omega}, \quad \sigma_{ni} = \frac{\omega_{pe}^2 \omega \epsilon_0}{\omega^2 + v^2} \right]$$

(3) 式で超伝導電子成分はインダクタンス成分、常伝導電子成分は抵抗部分とインダクタンス成分に入っている。抵抗部分は周波数を 0 (直流) にすると無限大となり、完全導電性を示している。周波数が増加するに従い超伝導電子によるインダクタンスが小さくなる。交流で常伝導電子が存在する場合に抵抗が発生することが分かる。

$\nu \gg \omega$ の条件では、

$$\sigma = \sigma_n + i\sigma_s$$

$$\sigma_n = \frac{\omega_{pe}^2 \varepsilon_0}{\nu} = \frac{n_n e^2}{\nu m_e} = \frac{2}{\omega \mu_0 \delta^2}, \quad \sigma_s = \frac{\omega_{ps}^2 \varepsilon_0}{\omega} = \frac{1}{\omega \mu_0 \lambda^2} \quad (4)$$

$$\left[\delta = \left(\frac{2}{\omega \mu \sigma_n} \right)^{1/2}, \quad \lambda = \frac{c}{\omega_{ps}} \right]$$

ここで δ は常伝導体への侵入長、 λ は超伝導体への侵入長である。

2. 超伝導表面インピーダンス (表面抵抗)

超伝導体の表面抵抗は表面インピーダンス Z_s の実数部 R_s として表され、

$$Z_s = \frac{E_t}{H_t} = \left(\frac{-i\omega\mu_0}{\sigma} \right)^{1/2} = R_s - iX_s \quad (5)$$

$$\left[K_s = \varepsilon_0 - \frac{\sigma}{i\omega} \approx -\frac{\sigma}{i\omega}, \quad \mu_s \approx \mu_0 \right]$$

$(-i)^{1/2} = e^{-i\pi/4}$ を使い (5) 式の虚数部を分離すると (4) より、

$$\begin{aligned}
Z_s &= \left(\frac{-i\omega\mu_0}{\sigma} \right)^{1/2} = \left(\frac{\omega\mu_0}{2} \right)^{1/2} (1-i) \left(\frac{1}{\sigma_n + i\sigma_s} \right)^{1/2} \\
&= \left(\frac{\omega\mu_0}{2} \right)^{1/2} (1-i) \left(\frac{1}{i\sigma_s \left(1 - \frac{i\sigma_n}{\sigma_s} \right)} \right)^{1/2} \\
&\approx \left(\frac{\omega\mu_0}{2} \right)^{1/2} (1-i) \left(\frac{1}{i\sigma_s} \right)^{1/2} \left(1 + \frac{i\sigma_n}{2\sigma_s} \right) \\
&= \left(\frac{\omega\mu_0}{4} \right)^{1/2} (1-i)^2 \left(\frac{1}{\sigma_s} \right)^{1/2} \left(1 + \frac{i\sigma_n}{2\sigma_s} \right) \tag{6} \\
&= \left(\frac{\omega\mu_0}{4} \right)^{1/2} (-2i) \left(\frac{1}{\omega\mu_0\lambda^2} \right)^{1/2} \left(1 + \frac{i\frac{2}{\omega\mu_0\delta^2}}{2\frac{1}{\omega\mu_0\lambda^2}} \right) \\
&= \left(\frac{\omega\mu_0}{4} \right)^{1/2} (-2i) (\omega\mu_0\lambda^2)^{1/2} \left(1 + i\frac{\lambda^2}{\delta^2} \right) \\
&= \omega\mu_0\lambda \left(\frac{\lambda^2}{\delta^2} - i \right) \\
\therefore R_s &= \frac{\omega\mu_0\lambda^3}{\delta^2}, \quad X_s = \omega\mu_0\lambda
\end{aligned}$$

(6) 式の R_s の δ を書直し、 σ_n を $\sigma_n(T)$ とし分配関数を考慮し表すと、(7) 式の通り表面抵抗が求められる。

$$\begin{aligned}
R_s &= \frac{\omega\mu_0\lambda^3}{\delta^2} = \frac{\omega\mu_0\lambda^3}{\frac{2}{\omega\mu_0\sigma_n}} = \frac{\omega^2\mu_0^2\lambda^3\sigma_n}{2} \\
&= \frac{\omega^2\mu_0^2\lambda^3 n_0}{2} e^{\frac{-\Delta}{kT}} \tag{7}
\end{aligned}$$

$$\left[\delta = \left(\frac{2}{\omega\mu_0\sigma_n} \right)^{1/2}, \quad \sigma_n(T) = n_0 e^{\frac{-\Delta}{kT}} \right]$$

尚、 $e^{\frac{-\Delta}{kT}}$ は温度 T で電子がエネルギー Δ を持つ (常伝導である) 確率に比例し、表面抵抗を担うのは常伝導電子であることが現れている。